

4CCENDMMT01.P

APLICAÇÕES DE AUTOVALORES E AUTOVETORES A SISTEMAS DINÂMICOS DISCRETOS

Taciana Araújo de Souza⁽²⁾, Hélio Pires de Almeida⁽³⁾

Centro de Ciências Exatas e da Natureza/Departamento de Matemática/MONITORIA

Um sistema dinâmico é aquele cujo estado muda a cada intervalo de tempo. Se essa mudança ocorre de forma discreta dizemos que é um sistema dinâmico discreto. Neste trabalho analisamos os dois modelos de sistemas dinâmicos discretos descritos a seguir. **Modelo 1 (Sistema presa-predador):** Considere a evolução temporal de um ecossistema com apenas duas espécies, representadas por $x(t)$ e $y(t)$. Suponha que cada espécie, se deixada sozinha, multiplica-se a uma dada taxa. Isto é, na ausência de interação, o sistema irá satisfazer:

$$\frac{dx(t)}{dt} = a x(t) \quad ; \quad \frac{dy(t)}{dt} = b y(t)$$

No entanto, há interação entre as espécies. Assuma que elas competem pela mesma fonte de alimento. Assim, quanto menor for a população de $y(t)$, maior será a taxa de crescimento de $x(t)$ e vice-versa. As equações diferenciais acima devem ser modificadas para se levar em consideração a competição entre as espécies:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= a x(t) - c y(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= b y(t) - d x(t) \end{aligned}$$

O objetivo deste problema é determinar a população de cada espécie no tempo t . E para isso é necessário o uso dos conceitos de autovalores e autovetores. Neste trabalho tais conceitos são abordados para determinar a evolução desse sistema de interação entre duas espécies. **Modelo 2 (Fibonacci):** Um casal de coelhos recém-nascidos começa a cruzar com idade de 1 mês e, a partir de então, produz um casal de coelhos por mês. Suponha que começamos com um casal de coelhos recém-nascidos e que nenhum dos coelhos produzidos por esse par morre. Quantos casais de coelhos teremos no início de cada mês? Representando por C_n o número de casais no mês n , temos:

C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	...	C_n
1	1	2	3	5	8	13	21		$C_{n-1} + C_{n-2}$

A sequência $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$ é conhecida como **seqüência de Fibonacci**. Podemos observar que $C_n = C_{n-1} + C_{n-2}$, e para saber o valor de C_n é preciso conhecer os valores de C_{n-1} e de C_{n-2} . Neste trabalho apresentamos um método que calcula o valor de C_n diretamente. As soluções dos problemas acima apresentadas neste trabalho são baseadas em conceitos elementares de Álgebra Linear tais como autovalores, autovetores e diagonalização. A metodologia utilizada foi a pesquisa exploratória baseada no livro “Álgebra linear e suas aplicações” de David C. Lay 2ª edição e em pesquisas via Internet sobre o tema.

Palavras-chaves: Sistemas Dinâmicos Discretos, Autovalores, Autovetores.

⁽¹⁾ Monitor(a) Bolsista; ⁽²⁾ Monitor(a) Voluntário(a); ⁽³⁾ Prof(a) Orientador(a)/Coordenador(a);