

4CCENDFPLIC01

Proposta de uma metodologia para solução de problemas de matemática e física.

Emanoel John dos Santos Lima⁽¹⁾ e Pedro Luiz Christiano⁽³⁾
Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Departamento de Física / PROLICEN

Resumo: O presente trabalho teve sua origem nas dificuldades encontradas pelos estudantes de disciplinas como física e matemática e na observação de que muitas dessas dificuldades deviam-se ao desconhecimento de técnicas adequadas para analisar e resolver problemas. Dessa forma, o objetivo do presente trabalho é o de oferecer uma heurística para a análise e solução de problemas, adequada principalmente para problemas de física e de matemática. A metodologia proposta consiste em um conjunto de perguntas que visa focalizar a atenção do estudante nas questões mais relevantes e a guiá-lo para a obtenção da solução. É oferecido então ao estudante um questionário, em que as diferentes perguntas são apresentadas em uma ordem tal que fazem com que o mesmo analise profundamente o enunciado e trace um plano para a solução do problema, antes mesmo de tentar efetivamente resolvê-lo. A metodologia proposta, ao organizar o pensamento do estudante e ao conduzi-lo a focar sua atenção nos aspectos mais relevantes do problema, fornece ao mesmo os mecanismos necessários à sua solução.

Palavras chave: heurística, solução de problemas, física.

Introdução

É notória a dificuldade encontrada por um grande número de alunos quando cursam disciplinas como Física e Matemática. Algumas vezes essa dificuldade é motivada ou ampliada por uma inadequação do professor ou daqueles que o antecederam, que não dispunham da necessária formação ou do necessário entusiasmo para proporcionar a seus alunos a oportunidade de sentir prazer ao estudar esses conteúdos. Na maioria dos casos, porém, as dificuldades sentidas pelos alunos têm sua origem na própria forma como a disciplina é desenvolvida nos estágios iniciais de sua formação. Consideremos, por exemplo, a situação em que o professor prega que, para aprender corretamente física e matemática, o aluno deve compreender, entender o conteúdo e não decorar, ao mesmo tempo em que exige de seus alunos que memorizem muitas relações matemáticas e as diferentes situações em que as mesmas podem ser usadas. Outra situação profundamente frustrante ocorre quando o aluno, incapaz de compreender como determinado problema foi resolvido, opta por decorar soluções de diferentes problemas na esperança de, dispondo de uma boa “biblioteca de soluções de problemas” ser capaz de responder os que lhe são propostos em avaliações. Essas situações fazem com que o estudo dessas disciplinas passe a ter em seu imaginário aspectos contraditórios e componentes mágicas, para as quais o aluno não vê perspectivas de compreensão. Ele deve ser capaz de recitar os conteúdos sem tê-los decorado e ser capaz de, como num passe de mágica, apresentar uma solução para um problema que não compreende e não lhe parece possível resolver.

⁽¹⁾ Bolsista, ⁽²⁾ Voluntário/colaborador, ⁽³⁾ Orientador/Coordenador ⁽⁴⁾ Prof. colaborador, ⁽⁵⁾ Técnico colaborador.

Em relação ao primeiro problema, compete aos professores de física e matemática compreenderem que, como observado por David Ausubel em sua teoria da aprendizagem significativa, nos estágios iniciais do estudo de uma disciplina, quando ainda não se dispõe de subsunçores adequados à sua compreensão, a única alternativa é a aprendizagem mecânica, mais popularmente conhecida entre nossos alunos como “decoreba”. Até que o estudante adicione, através da aprendizagem mecânica, um conjunto adequado de conceitos à sua estrutura cognitiva, não haverá como ancorar novos conceitos, ancoragem esta que é o pressuposto básico da aprendizagem significativa.

Isto posto, vamos nos esquecer desse problema e vamos nos concentrar no outro, a questão da solução de problemas de física e de matemática, que é o verdadeiro objetivo deste trabalho. Apesar desta solução ser costumeiramente apresentada aos estudantes como consequência natural do processo de compreensão do conteúdo estudado, sabe-se, principalmente desde 1945, quando G. Polya publicou a primeira edição de seu livro *How to Solve It*, que a solução de qualquer problema é enormemente facilitada pela utilização de uma heurística adequada, que deve guiar o estudante desde o enunciado do problema até sua solução.

O objetivo deste trabalho é o de propor uma heurística voltada para a solução de problemas de física. Apesar de ainda muito influenciada pelo trabalho de Polya, além das necessárias adaptações requeridas pela passagem da solução de problemas em matemática para a solução de problemas em física, a presente abordagem contempla também novos desenvolvimentos na forma como as pessoas aprendem.

Descrição Metodológica

A heurística que propomos para a solução de problemas de física mantém a estrutura de 4 estágios de Polya, listados abaixo

1. Entendendo o problema a ser resolvido
2. Construindo um plano para sua solução
3. Executando o plano
4. Revisando a solução encontrada

Diferindo, essencialmente, na forma como esses diferentes passos são executados. Vamos considerar cada um deles separadamente.

1. Entendendo o problema a ser resolvido

Ao se depara com um novo problema, o estudante deve se concentrar inicialmente para a sua compreensão, dedicando especial atenção e tempo ao seu enunciado. Também esse estágio pode ser dividido em etapas, de forma a fazer com que o estudante se mantenha todo o tempo focado nos pontos que são mais relevantes.

Qual é a incógnita?

Sem nenhuma dúvida, como observado por Polya, essa é a primeira pergunta que o estudante deve fazer-se ao tentar resolver um problema. Não é possível que o estudante o consiga se não for capaz de compreender perfeitamente o que lhe está sendo pedido. O estudante deve não identificar a parte do enunciado em que esta questão é apresentada como

também, sempre que possível, deve ser capaz de exprimir oralmente e com suas próprias palavras a questão que lhe é colocada e explicitar, logo abaixo do enunciado, a variável que é a incógnita, atribuindo-lhe uma notação – a usual, se essa for uma variável com notação já definida, ou uma especial, geralmente utilizando-se a letra x , em caso contrário.

Quais são os dados?

O estudante deve, após ter compreendido qual é a incógnita, voltar ao enunciado para identificar quais são as variáveis que lhe são fornecidas. Especial atenção deve ser fornecida às informações que são fornecidas de forma mais indireta, tal como na afirmação “... a bola foi solta “, que indica velocidade inicial da bola como sendo nula. Nesse etapa, abaixo da incógnita e agrupados, o estudante deve anotar os dados do problema, como mostrado abaixo:

Dados:

1.(exemplo $d = 4$ cm)
2.(exemplo $v = 10$ m/s)
3.(exemplo $t = 20$ s)

Esse simples procedimento, muito enfatizado antigamente, com o tempo foi lamentavelmente sendo abandonado, deixando de criar nos estudantes o hábito de dedicar um tempo considerável ao enunciado do problema e de não tentar uma solução antes de corretamente organizado e preparado para a tarefa.

1.3 Quais são as condições iniciais do problema?

Além da incógnita e dos dados, o estudante deve voltar ao enunciado para identificar quais são as condições especiais apresentadas na formulação do problema. Tais condições, novamente após exprimi-las oralmente, o estudante deve anotar abaixo dos dados, após o rótulo “condições”.

Nesse momento, um esquema ou desenho que auxilie o estudante a visualizar melhor o problema é de grande ajuda e o estudante deve sempre tentar esboçá-lo.

2. Elaborando um plano para a solução do problema

Após ter compreendido completamente o enunciado e sido capaz de identificar o que lhe está sendo pedido, a partir de que condições iniciais esse resultado deve ser obtido e sob que condições ele deve ser obtido, o estudante está apto a dar início à elaboração de uma estratégia para a solução do problema. Como esta estratégia depende da inserção do problema em um contexto mais amplo, o estudante deve começar por analisar seus aspectos conceituais.

A. Aspectos conceituais na elaboração do plano

A.1 Qual o princípio básico envolvido na solução do problema?

A identificação do princípio básico envolvido na solução do problema é um dos aspectos mais importantes para o êxito na obtenção da buscada solução e é também o ponto onde mais claramente se percebe as distinções entre as abordagens adotadas por especialistas e por iniciantes. Enquanto estes últimos tendem a classificar os problemas de acordo com aspectos geométricos ou físicos – identificando um dado problema como sendo de plano inclinado, por exemplo, - o especialista se fixa no princípio físico envolvido na situação e

que deverá nortear a solução desse problema – identificando, por exemplo, o mesmo problema como sendo um problema de conservação de energia. Tal distinção tem sua base na experiência do especialista, que lhe dá condição de identificar vários problemas que conhece e que são semelhantes ao problema que está sendo tratado no momento, identificando com clareza o princípio unificador. Nessa etapa então, o estudante deve fazer um esforço para identificar problemas que sejam parecidos com o que tenta resolver no momento. Evidentemente só a prática pode transformar um aprendiz em especialista, mas se a identificação do princípio básico não for sempre enfatizada e exigida dos estudantes, pode ser que eles nunca sejam capazes de efetuar essa passagem.

A.2 Porque esse princípio pode ser aplicado?

Tendo identificado o princípio básico envolvido, o estudante deve se concentrar na identificação dos aspectos que garantem que esse princípio pode ser aplicado. É também um momento para, se necessário, o estudante voltar à teoria para rever quais são essas condições.

A.3 Como o princípio deve ser aplicado?

Ao tentar responder a essa questão, o estudante deve começar a fazer a passagem para a fase seguinte, que consiste em explicitar os passos que serão usados na solução do problema. Evidentemente a identificação da forma como o princípio básico deve ser usado para a solução do problema é um passo fundamental para sua solução, mas essa solução não se esgota aí. No caso de um problema de conservação de energia, por exemplo, o princípio básico deverá ser aplicado impondo-se, evidentemente, que o valor da energia antes de um determinado evento deve ser igual ao seu valor após esse evento. Nada porém nos garante que as diferentes energias envolvidas possam ser calculadas diretamente dos dados iniciais. É preciso então que o estudante construa também os aspectos práticos do plano, o que abordaremos a seguir.

B. Aspectos práticos do plano para a solução de um problema.

Nesse caso, o procedimento pode ser reduzido a um conjunto de perguntas que podem ser usadas iterativamente e não necessariamente sempre na seqüência em que estão sendo apresentadas.

1. Os dados iniciais juntamente com o princípio básico levam diretamente à solução do problema?

Se esse não for o caso, pode-se simultaneamente atuar em duas frentes complementares:

I. Retropropagação da incógnita:

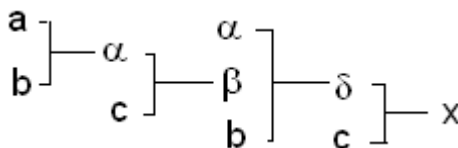
- a. Que variáveis ainda devem ser determinadas para se determinar a incógnita?
- b. Essas variáveis podem ser determinadas diretamente dos dados? Se não, que variáveis devem ser encontradas para que se conheçam as variáveis que determinam a incógnita?

II Propagação das variáveis conhecidas

- a. Que variáveis podem ser calculadas a partir dos dados?
- b. Essas variáveis são suficientes para se determinar a incógnita? Se não, que outras variáveis podem ser calculadas a partir destas?

E assim sucessivamente.

Uma vez levada essa análise à conclusão final e tendo sido obtido um caminho matemático conectando os dados iniciais à incógnita, esse caminho pode ser explicitado pela construção de um diagrama, como o mostrado abaixo:



Tal construção evidencia claramente o caminho matemático usado para obter a incógnita x a partir dos dados iniciais a , b e c . Inicialmente, usando-se os dados a e b calculou-se α ; a seguir, usando-se α e o dado inicial c calculou-se β . Esta, por sua vez, juntamente com α e b permitiu calcular δ que, finalmente, com o dado inicial c permitiu calcular a incógnita x .

3. Executando o plano

Como Polya observa, essa é uma fase em que paciência e determinação são as características mais determinantes do sucesso. Estando o plano bem estruturado, sua execução é praticamente automática. No entanto, como também observa Polya, é nesse momento que cada passo deve ser rigorosamente checado para verificação de sua correção.

4. Revisão

Segundo Polya, esse é o momento em que o estudante pode ampliar significativamente seu conhecimento, testando a solução encontrada em busca de erros e em busca de novos caminhos, eventualmente mais simples e mais diretos, para se chegar ao mesmo resultado.

Com o objetivo de verificar a correção do resultado, uma importante ferramenta é a análise dimensional. No caso, trata-se simplesmente de se verificar se as unidades do resultado obtido conferem com o que era esperado, ou, mais simplesmente, se as unidades do lado esquerdo e do lado direito são iguais. Evidentemente tal verificação só é possível se o problema foi resolvido de forma literal, ou seja, usando-se letras e não números, o que incentivamos fortemente.

Outro tipo de teste muito interessante e durante o qual o estudante pode aprender muito consiste em se estudar casos limite. O estudante pode quase sempre se fazer perguntas do tipo: o que aconteceria se tal quantidade não existisse, ou fosse infinitamente grande? Na maioria dos casos é fácil prever o que ocorreria, o que deve ser obtido quando se substitui esses valores no resultado final. Novamente, para isso ser possível, o problema deve ter sido resolvido de forma literal.

Resultados

Como resultado da metodologia descrita, obtém-se um conjunto de procedimentos que o estudante deve adotar como um guia para a solução de problemas. À medida em que a prática vai se estabelecendo, o mesmo vai fazendo a necessária passagem de um estudante novato a um estudante habilidoso, competente na solução de problemas.

São as seguintes as etapas principais da metodologia:

1. Entendendo o problema a ser resolvido.

- 1.1 Qual é a incógnita?
 - 1.2 Quais são os dados?
 - 1.3 Quais são as condições especiais do problema?
2. O plano para a solução
- A. O aspecto conceitual
 - A.1 Qual o princípio básico envolvido?
 - A.2 Porque esse princípio pode ser usado?
 - A.3 Como esse princípio deve ser usado?
 - B. O aspecto prático
 - B.1 Os dados iniciais e o princípio básico levam direto à solução?
 - B.2 O que podemos calcular a partir dos dados iniciais e do princípio básico?
 - B.3 O que devemos saber para obter a solução? Podemos obter esse resultado do passo anterior?
- Esses dois últimos passos devem ser usados de forma iterativa, até que se obtenha uma linha conectando os dados iniciais à resposta procurada.
3. Executando o plano
- Os passos definidos na etapa 2 devem ser seguidos até a obtenção do resultado final.
4. Revisão
- Análise dimensional
 - Limites especiais

Conclusão

Neste trabalho desenvolvemos uma heurística para auxiliar o estudante na solução de problemas de física. Através dela o estudante é levado a fazer desde uma análise mais profunda do enunciado, permitindo-lhe compreender perfeitamente o que lhe está sendo pedido, e sob que condições a resposta deve ser buscada, até um conjunto de perguntas que lhe permitem encontrar a resposta procurada e até mesmo testá-la sob diferentes condições.

Referências

1. G. Polya. *How to Solve It. A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press. Princeton e Oxford, 2004.
2. John D. Bransford, Ann L. Brown, and Rodney R. Cocking (editores). *How People Learn: Brain, Mind, Experience and School*. National Academy Press, Washington, 2000.