EXPONENCIAL

1. **Equações exponenciais**

Equações exponenciais são equações com incógnitas no expoente. Por exemplo:

$$2^x = 64$$

Para resolver equações exponenciais é muito comum o **método de redução a uma base comum.** Este método, como o próprio nome já diz, quando ambos os membros da equação, com as transformações convenientes baseadas nas propriedades de potências, forem redutíveis a potência de mesma base, isto é,

$$a^b = a^c \Leftrightarrow b = c$$

com $a \in IR_+^* \setminus \{1\}$

2. **Função Exponencial**

Dado um número real a, com $0 < a \neq 1$, chamamos de função exponencial de base a a função $f : IR \to IR$ que associa a cada x real o número a^x, isto é,

$$f(x) = a^x, .com. 0 < a \neq 1$$

- A função é crescente se $a > 1$
- A função é decrescente se $0 < a < 1$
- Para resolver inequações exponenciais, após igualar as bases**, método de redução a uma base comum** (método citado acima), observamos o a.

Se $a > 1$, $a^{x_1} < a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 < x_2$

Se $0 < a < 1$, $a^{x_1} < a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 > x_2$

LOGARITMOS

1. **Definição**

Consideremos dois números reais a e b positivos, com $b \neq 1$. Chamamos de logaritmo de a na base b ao número real x tal que $a^x = b$. Em símbolos, temos:

$$\log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a, \text{ com } a, b \in IR_+^* \text{ e } b \neq 1$$

Consequências da definição:

1. $\log_b 1 = 0, .. \forall b \in IR_+^* \setminus \{1\}$
2. $\log_b b = 1, .. \forall b \in IR_+^* \setminus \{1\}$
3. $\log_b b^n = n, .. \forall b \in IR_+^* \setminus \{1\}$
4. $b^{\log_b a} = a, .. \forall b \in IR_+^* \setminus \{1\}$

2. **Propriedades operatórias**

Todas as propriedades abaixo são válidas $\forall a, b, c \in IR_+^*, com..a \neq 1$

1. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a \left(\dfrac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a (c^n) = n \cdot \log_a c, .. \forall n \in IN$
4. $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$
5. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$

3. **Função Logarítmica**

Dado um número real $a \in IR_+^* \setminus \{1\}$, chamamos de função logarítmica de base a a função $f : IR_+^* \to IR$ que associa a cada x o número real $\log_a x$, isto é,

$$f : IR_+^* \to IR \text{ tal que}$$

$$f(x) = \log_a x$$

- A função é crescente se $a > 1$
- A função é decrescente se $0 < a < 1$.
- Para resolver inequações logarítmicas, após igualar as bases**,** observamos o a.

Se $a > 1$, $\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$

Se $0 < a < 1$, $\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 > x_2$

Questões de Vestibulares

1.(Uf-Uberlândia) Se f e g são as funções definidas por $f(x) = \log_3 x$ e $g(x) = (x-1)^2$, então $f\left(g\left(\dfrac{10}{9} \right) \right)$ é igual a :

a) $\dfrac{1}{4}$ b) 4 c) -4 d) $\dfrac{-1}{4}$ e) $2\sqrt{2}$

2.(Mack-SP) O valor da expressão $\log_{0,04} 125 - \log_8 \sqrt{32} + \log_{1000} 0,001$ é:

a) $\dfrac{-3}{4}$ b) $\dfrac{-10}{3}$ c) $\dfrac{20}{6}$ d) $\dfrac{-10}{2}$ e) $\dfrac{-9}{8}$

3.(Cesgranrio) O valor de $\log_a\left(a\sqrt{a}\right)$ é:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{5}{4}$

4.(Cescem-SP) O domínio da função $y = \log\left(\frac{-1}{x} + \frac{x}{4}\right)$ é:

a) $\{x \in IR \mid -2 < x < 0\}$

b) $\{x \in IR \mid x > 2\}$

c) $\{x \in IR \mid -2 < x < 2\}$

d) $\{x \in IR \mid -2 < x < 0..ou..x > 2\}$

e) $\{x \in IR \mid x < 0..ou..x > 2\}$

5.(PUC-SP) Se $\log_2\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) = 0,$ então x é igual a:

a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) 1 d) $\sqrt{2}$ e) 2

6.(Fuvest-SP) Se $\log_2 b - \log_2 a = 5$, o quociente $\frac{b}{a}$ vale:

a) 10 b) 25 c) 32 d) 64 e) 128

7.(FGV-SP) Na equação $y = 2^{\log_3(x+4)}$, y será igual a 8 quando x for igual a:

a) 13 b) -3 c) -1 d) 5 e) 23

8.(UnB-DF) A solução da equação $\log(x-4) - \log(x+4) = co\log(x+4)$ é:

a) $x = -5..ou..x = 6$ b) $x = 5$

c) $x = 6$ d) $x = -6$

e) $x = -5..ou..x = -6$

9.(FGV-SP) Resolvendo-se a inequação $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(-3x+4),$ obtemos:

a) $\frac{-1}{2} < x < \frac{4}{3}$ b) $0 < x < \frac{4}{3}$ c) $x < \frac{3}{5}$

d) $\frac{-1}{2} < x < \frac{3}{5}$ e) $\frac{3}{5} < x < \frac{4}{3}$

10.(PUC-RS) Se $\log_3 x + \log_9 x = 1,$ então o valor de x é:

a) $\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt[3]{6}$ c) $\sqrt[3]{9}$ d) $3\sqrt[3]{3}$ e) $9\sqrt[3]{3}$

11.(UFPE) Considerando a seguinte equação $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$, encontre o conjunto solução.

a) $S = \{1,.4\}$ b) $S = \{-1,.4\}$ c) $S = \{1,-4\}$

d) $S = \{0,-2\}$

e) $S = \{0,.2\}$

12.(UFPB) Se x é um número real não nulo, $a = 2^x + 2^{-x}$, $b = 2^x - 2^{-x}$ e $c = 4^x - 4^{-x}$, então o valor da expressão $\frac{2ab}{c}$ é igual a:

a) 4^x b) -2^x c) -2 d) 2 e) 4

13.(UFPB) Sendo a e k constantes reais e sabendo-se que o gráfico da função $f(x) = a2^{kx}$ passa pelos pontos $A(0,.5)$ e $B(1,.10),$ o valor da expressão $2a + k$ é

a) 15 b) 13 c) 11 d) 10 e) 12

14.(UFPB) Para $x \in IR - \{0\},$ considere as funções $f(x) = \log_5|x|,$ $g(x) = 5^{3x-1}$ e $h(x) = (f \circ g)(x).$ Se (a_n) e $(b_n),$ $n \in IN - \{0\},$ são as seqüências definidas, respectivamente, por $(g(1),.g(2),.g(3),...)$ e $(h(1),.h(2),.h(3),...),$ então:

a) (a_n) é uma progressão geométrica e $(b_n),$ uma progressão aritmética.

b) (a_n) é uma progressão aritmética e $(b_n),$ uma progressão geométrica.

c) (a_n) e (b_n) são progressões aritméticas.

d) (a_n) e (b_n) são progressões geométricas.

e) Nenhuma dessas seqüências é progressão aritmética ou geométrica.

15.(MACK-SP) A soma dos n primeiros termos de uma PA é $S_n = 3n(n-2),$ para todo n. Determinar o 5º termo dessa PA.

a) 20 b) 22 c) 21 d) 23 e) n.d.a

16. É dado um quadrado de lado $a.$ Com vértices nos pontos médios de seus lados, constrói-se um novo quadrado e, procedendo assim sucessivamente, constroem-se infinitos quadrados. Calcular a soma das infinitas áreas assim obtidas.

a) $S = 2a^2$ b) $S = 2a^3$ c) $S = a^2$ d) $S = 3a^2$ e) n.d.a

17.Determinar a soma dos elementos da PG $\left(2^2,.2^3,.2^4,.2^5,...,.2^{20}\right).$

a) $S_n = 2^{22} - 4$ b) $S_n = 2^{22} - 2$

c) $S_n = 2^{21} - 4$ d) $S_n = 2^{21} - 2$ e) n.d.a